Organisatorisches:

Organisatorisches:

- Heute ist Dies Academicus und Feierliche Immatrikulation: die Vorlesung ist nur 1-Stundig

Organisatorisches:

- Heute ist Dies Academicus und Feierliche Immatrikulation: die Vorlesung ist nur 1-Stundig
- Die letzte Hausaufgabe aus Blatt 1 kann am Mo 05.11. abgegeben werden.

Organisatorisches:

- Heute ist Dies Academicus und Feierliche Immatrikulation: die Vorlesung ist nur 1-Stundig
- Die letzte Hausaufgabe aus Blatt 1 kann am Mo 05.11. abgegeben werden.
- Die Probe-Klausur findet am Sa 24.11, 9:00 – 12:00 in HS 1 CZ statt.

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis:

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*
Induktionsbeweis: Induktion nach m.

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*
Induktionsbeweis: Induktion nach m.
(IA)

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*
Induktionsbeweis: Induktion nach m.
(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig:

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis: Induktion nach m.

(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem,

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*
Induktionsbeweis: Induktion nach m.
(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht,

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*
Induktionsbeweis: Induktion nach m.
(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis: Induktion nach m.

(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.

(IV)

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis: Induktion nach m.

(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.

(IV) Angenommen, die Aussage ist für irgendwelches m richtig:

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis: Induktion nach m.

(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.

(IV) Angenommen, die Aussage ist für irgendwelches m richtig: jedes lin. Gleichungssystem,

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis: Induktion nach m.

(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.

(IV) Angenommen, die Aussage ist für irgendwelches m richtig: jedes lin. Gleichungssystem, das aus m Gleichungen besteht,

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis: Induktion nach m.

(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.

(IV) Angenommen, die Aussage ist für irgendwelches m richtig: jedes lin. Gleichungssystem, das aus m Gleichungen besteht, läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis: Induktion nach m.

(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.

(IV) Angenommen, die Aussage ist für irgendwelches m richtig: jedes lin. Gleichungssystem, das aus m Gleichungen besteht, läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis: Induktion nach m.

(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.

(IV) Angenommen, die Aussage ist für irgendwelches m richtig: jedes lin. Gleichungssystem, das aus m Gleichungen besteht, läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.

(IS)

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis: Induktion nach m.

(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.

(IV) Angenommen, die Aussage ist für irgendwelches m richtig: jedes lin. Gleichungssystem, das aus m Gleichungen besteht, läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.

(IS) Z.z.:

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis: Induktion nach m.

(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.

(IV) Angenommen, die Aussage ist für irgendwelches m richtig: jedes lin. Gleichungssystem, das aus m Gleichungen besteht, läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.

(IS) Z.z.: die Aussage ist auch für $m + 1$ richtig:

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*
Induktionsbeweis: Induktion nach m.
(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.
(IV) Angenommen, die Aussage ist für irgendwelches m richtig: jedes lin. Gleichungssystem, das aus m Gleichungen besteht, läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.
(IS) Z.z.: die Aussage ist auch für $m + 1$ richtig: jedes lin. Gleichungssystem,

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis: Induktion nach m.

(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.

(IV) Angenommen, die Aussage ist für irgendwelches m richtig: jedes lin. Gleichungssystem, das aus m Gleichungen besteht, läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.

(IS) Z.z.: die Aussage ist auch für $m + 1$ richtig: jedes lin. Gleichungssystem, das aus $m + 1$ Gleichungen besteht,

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis: Induktion nach m.

(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.

(IV) Angenommen, die Aussage ist für irgendwelches m richtig: jedes lin. Gleichungssystem, das aus m Gleichungen besteht, läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.

(IS) Z.z.: die Aussage ist auch für $m + 1$ richtig: jedes lin. Gleichungssystem, das aus $m + 1$ Gleichungen besteht, läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen

Satz 2 (Gauss) *Jedes lin. Gleichungssystem läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.*

Induktionsbeweis: Induktion nach m.

(IA) Für $m = 1$ ist die Aussage richtig: Jede lin. Gleichungssystem, das aus $m = 1$ Gleichung besteht, ist in Stufenform.

(IV) Angenommen, die Aussage ist für irgendwelches m richtig: jedes lin. Gleichungssystem, das aus m Gleichungen besteht, läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.

(IS) Z.z.: die Aussage ist auch für $m + 1$ richtig: jedes lin. Gleichungssystem, das aus $m + 1$ Gleichungen besteht, läßt sich durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.

Nehmen wir das erste k aus $1, \ldots, n$, Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n,$ s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp:

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{\begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array}\right.$ ist $k = 2$.

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{\begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array}\right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen,

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases}$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, Nehmen wir das erste k aus $1, \ldots, n,$ s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, \ldots, a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases}$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \right.$$

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases}$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\begin{cases} \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \end{cases}$$

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases}$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \begin{array}{|c|cc|c|} \hline 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} & & & +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \cline{4-4} \vdots & & & \\ \vdots & & & \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} & & & \\ \hline \end{array} \right.$$

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{\begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array}\right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \end{array}} \right. , \quad a_{1k} \neq 0.$$

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \begin{array}{|c|c|} \hline 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} & +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots & \text{Irgendwas} \\ \vdots & \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} & \\ \hline \end{array} \right. , \quad a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, ..., m+1$ addieren wir

Nehmen wir das erste k aus $1, \ldots, n,$ s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, \ldots, a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \end{array}} \right.$, $a_{1k} \neq 0$.

Dann für jedes j aus $2, \ldots, m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}-$faches der $1-$sten Gleichung zu der $j-$ten Gleichung.

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases}$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{r} +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Ir-} \\ \text{gendwas} \end{array}} \right. , \quad a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, ..., m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}-$faches der $1-$sten Gleichung zu der $j-$ten Gleichung.

Bsp:

Nehmen wir das erste k aus $1, \dots, n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, \dots, a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \quad \begin{array}{|c|} \hline +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \\ \hline \end{array} \right. , \ a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, \dots, m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}-$faches der $1-$sten Gleichung zu der $j-$ten Gleichung.

Bsp:

$$\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$$

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases}$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \end{array}} \right. , \; a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, ..., m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}-$faches der $1-$sten Gleichung zu der $j-$ten Gleichung.

Bsp:

$$\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases}$$

Nehmen wir das erste k aus $1, \ldots, n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, \ldots, a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0\cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & =6 \\ 0\cdot x_2 & +0\cdot x_2 & +x_3 & =2 \\ 0\cdot x_3 & +1\cdot x_2 & +0\cdot x_3 & =1 \end{array} \right.$ ist $k=2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0\cdot x_1+\cdots+0\cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0\cdot x_1+\cdots+0\cdot x_{k-1} \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} +a_{1k}x_k+\cdots+a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Ir-} \\ \text{gendwas} \end{array}} \right. , \; a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, \ldots, m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}$–faches der 1–sten Gleichung zu der j–ten Gleichung.

Bsp:

$$\left\{ \begin{array}{llll} 0\cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & =6 \\ 0\cdot x_2 & +0\cdot x_2 & +x_3 & =2 \\ 0\cdot x_3 & +1\cdot x_2 & +0\cdot x_3 & =1 \end{array} \right.$$

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{\begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array}\right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \end{array}} \right. , \ a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, ..., m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}-$faches der $1-$sten Gleichung zu der $j-$ten Gleichung.

Bsp:

$$\left\{\begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array}\right.$$

Nehmen wir das erste k aus $1, \ldots, n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, \ldots, a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases}$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \begin{array}{|c|} \hline 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \\ \hline \end{array} \right. , \; a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, \ldots, m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}$—faches der 1—sten Gleichung zu der j—ten Gleichung.

Bsp:

$$\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases}$$

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases}$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \end{array}} \right. , \ a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, ..., m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}$−faches der 1−sten Gleichung zu der j−ten Gleichung.

Bsp:

$$\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases}$$

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \begin{array}{c|c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} & +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots & \text{Irgendwas} \\ \vdots & \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} & \end{array} \right. , \quad a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, ..., m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}-$faches der $1-$sten Gleichung zu der $j-$ten Gleichung.

Bsp:

$$Z_2 := Z_2 + 0 \cdot Z_1$$

$$\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$$

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \begin{array}{|c|} \hline 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \\ \hline \end{array} \right. , \quad a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, ..., m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}$−faches der 1−sten Gleichung zu der j−ten Gleichung.

Bsp:

$$\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right. \quad \xrightarrow{\substack{Z_2 := Z_2 + 0 \cdot Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{3} Z_1}}$$

Nehmen wir das erste k aus $1, \dots, n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, \dots, a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases}$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \begin{array}{|c|} \hline 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \\ \hline \end{array} \right. , \; a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, \dots, m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}-$faches der $1-$sten Gleichung zu der $j-$ten Gleichung.

Bsp:

$$\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases} \quad \xrightarrow{\substack{Z_2 := Z_2 + 0 \cdot Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{3} Z_1}}$$

Nehmen wir das erste k aus $1, \dots, n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, \dots, a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungssystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \end{array}} \right. , \quad a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, \dots, m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}-$faches der $1-$sten Gleichung zu der $j-$ten Gleichung.

Bsp:

$$\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right. \quad \xrightarrow{\substack{Z_2 := Z_2 + 0 \cdot Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{3} Z_1}}$$

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array} & \begin{array}{c} +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \end{array} \end{array} \right. , \quad a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, ..., m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}-$faches der $1-$sten Gleichung zu der $j-$ten Gleichung.

Bsp:

$$\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right. \quad \xrightarrow[]{\substack{Z_2 := Z_2 + 0 \cdot Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{3} Z_1}}$$

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n,$ s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases}$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \begin{array}{|c|} \hline 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \\ \hline \end{array} \right. , \; a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, ..., m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}-$faches der $1-$sten Gleichung zu der $j-$ten Gleichung.

Bsp:

$$\begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{cases} \xrightarrow[Z_3 := Z_3 - \frac{1}{3} Z_1]{Z_2 := Z_2 + 0 \cdot Z_1} \begin{cases} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ & & & \\ & & & \end{cases}$$

Nehmen wir das erste k aus $1, ..., n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, ..., a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} +a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \end{array}} \right. , \; a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, ..., m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}-$faches der $1-$sten Gleichung zu der $j-$ten Gleichung.

Bsp:

$$\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right. \xrightarrow{\substack{Z_2 := Z_2 + 0 \cdot Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{3} Z_1}} \left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ & & & \end{array} \right.$$

Nehmen wir das erste k aus $1, \dots, n$, s.d. nicht alle Zahlen $a_{k1}, \dots, a_{km}$ gleich 0 sind (sonst ist das Gleichungsystem bereits in der Stufenform).

Bsp: Für $\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right.$ ist $k = 2$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, dass $a_{1k} \neq 0$, sonst die Gleichung mit $a_{jk} \neq 0$ mit der ersten Gleichung umtauschen (Operation von Typ 3).

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \dots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \dots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} +a_{1k}x_k + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \hline \text{Irgendwas} \end{array}} \right. , \ a_{1k} \neq 0.$$

Dann für jedes j aus $2, \dots, m+1$ addieren wir $-\frac{a_{jk}}{a_{1k}}$−faches der 1−sten Gleichung zu der j−ten Gleichung.

Bsp:

$$\left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +1 \cdot x_2 & +0 \cdot x_3 & = 1 \end{array} \right. \quad \xrightarrow{\substack{Z_2 := Z_2 + 0 \cdot Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{3} Z_1}} \quad \left\{ \begin{array}{llll} 0 \cdot x_1 & +3x_2 & -5x_3 & = 6 \\ 0 \cdot x_2 & +0 \cdot x_2 & +x_3 & = 2 \\ 0 \cdot x_3 & +0 \cdot x_2 & +\frac{5}{3} \cdot x_3 & = -1 \end{array} \right. .$$

Jetzt betrachten wir das Untersystem,

Jetzt betrachten wir das Untersystem, das aus der Gleichungen von 2 bis $m+1$ besteht. Es besteht aus m Gleichungen.

Jetzt betrachten wir das Untersystem, das aus der Gleichungen von 2 bis $m+1$ besteht. Es besteht aus m Gleichungen. Nach (IV) können wir das System durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen.

Jetzt betrachten wir das Untersystem, das aus der Gleichungen von 2 bis $m+1$ besteht. Es besteht aus m Gleichungen. Nach (IV) können wir das System durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen. Da diese Operationen auch elementare Operationen des gesamten Systems sind, Jetzt betrachten wir das Untersystem, das aus der Gleichungen von 2 bis $m+1$ besteht. Es besteht aus m Gleichungen. Nach (IV) können wir das System durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen. Da diese Operationen auch elementare Operationen des gesamten Systems sind, kann man durch endlich viel elementaren Operationen das

Jetzt betrachten wir das Untersystem, das aus der Gleichungen von 2 bis $m+1$ besteht. Es besteht aus m Gleichungen. Nach (IV) können wir das System durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen. Da diese Operationen auch elementare Operationen des gesamten Systems sind, kann man durch endlich viel elementaren Operationen das System in der Form

Jetzt betrachten wir das Untersystem, das aus der Gleichungen von 2 bis $m+1$ besteht. Es besteht aus m Gleichungen. Nach (IV) können wir das System durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen. Da diese Operationen auch elementare Operationen des gesamten Systems sind, kann man durch endlich viel elementaren Operationen das System in der Form

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \right.$$

Jetzt betrachten wir das Untersystem, das aus der Gleichungen von 2 bis $m+1$ besteht. Es besteht aus m Gleichungen. Nach (IV) können wir das System durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen. Da diese Operationen auch elementare Operationen des gesamten Systems sind, kann man durch endlich viel elementaren Operationen das System in der Form

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} \right.$$

Jetzt betrachten wir das Untersystem, das aus der Gleichungen von 2 bis $m+1$ besteht. Es besteht aus m Gleichungen. Nach (IV) können wir das System durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen. Da diese Operationen auch elementare Operationen des gesamten Systems sind, kann man durch endlich viel elementaren Operationen das System in der Form

$$\left\{ \begin{array}{ll} \boxed{\begin{array}{c} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} \end{array}} & \boxed{+a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1} \end{array} \right.$$

Jetzt betrachten wir das Untersystem, das aus der Gleichungen von 2 bis $m+1$ besteht. Es besteht aus m Gleichungen. Nach (IV) können wir das System durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen. Da diese Operationen auch elementare Operationen des gesamten Systems sind, kann man durch endlich viel elementaren Operationen das System in der Form

$$\left\{\begin{array}{lcl}
0\cdot x_1+\cdots+0\cdot x_{k-1} & & +a_{1k}x_k+\cdots+a_{1n}x_n = b_1\\
\vdots & & +0\cdot x_k+ \\
\vdots & & \vdots\\
0\cdot x_1+\cdots+0\cdot x_{k-1} & & +0\cdot x_k+
\end{array}\right.$$

Jetzt betrachten wir das Untersystem, das aus der Gleichungen von 2 bis $m+1$ besteht. Es besteht aus m Gleichungen. Nach (IV) können wir das System durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen. Da diese Operationen auch elementare Operationen des gesamten Systems sind, kann man durch endlich viel elementaren Operationen das System in der Form

$$\left\{ \boxed{\begin{array}{c} 0\cdot x_1+\cdots+0\cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ 0\cdot x_1+\cdots+0\cdot x_{k-1} \end{array}} \qquad \begin{array}{l} \boxed{+a_{1k}x_k+\cdots+a_{1n}x_n = b_1} \\ \boxed{\begin{array}{c} +0\cdot x_k+ \\ \vdots \\ +0\cdot x_k+ \end{array}} \boxed{\begin{array}{l}\text{Stufen-}\\ \text{form}\end{array}} \end{array} \right. ,$$

Jetzt betrachten wir das Untersystem, das aus der Gleichungen von 2 bis $m+1$ besteht. Es besteht aus m Gleichungen. Nach (IV) können wir das System durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen. Da diese Operationen auch elementare Operationen des gesamten Systems sind, kann man durch endlich viel elementaren Operationen das System in der Form

$$\left\{\begin{array}{lll}
0\cdot x_1+\cdots+0\cdot x_{k-1} & \multicolumn{2}{l}{+a_{1k}x_k+\cdots+a_{1n}x_n = b_1} \\
\vdots & +0\cdot x_k+ & \\
\vdots & \vdots & \text{Stufen-form} \\
0\cdot x_1+\cdots+0\cdot x_{k-1} & +0\cdot x_k+ &
\end{array}\right. ,$$

und dieses System ist in Stufenform.

Jetzt betrachten wir das Untersystem, das aus der Gleichungen von 2 bis $m+1$ besteht. Es besteht aus m Gleichungen. Nach (IV) können wir das System durch endlich viele elementaren Operationen auf Stufenform bringen. Da diese Operationen auch elementare Operationen des gesamten Systems sind, kann man durch endlich viel elementaren Operationen das System in der Form

$$\left\{ \begin{array}{l|l|l} 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} & \multicolumn{2}{l}{+a_{1k}x_k + \cdots + a_{1n}x_n = b_1} \\ \vdots & +0 \cdot x_k + & \\ \vdots & \vdots & \text{Stufen-form} \\ 0 \cdot x_1 + \cdots + 0 \cdot x_{k-1} & +0 \cdot x_k + & \end{array} \right. ,$$

und dieses System ist in Stufenform. $\square$

Gauß-Algorithmus

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus),

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen:

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 2 \\ \\ \end{cases}$$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 4 \\ \end{cases}$$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{cases}$$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 1 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} Z_2 := Z_2 - \frac{3}{2} Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{2} Z_1 \end{array}$$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{array}\right. \xrightarrow{\substack{Z_2 := Z_2 - \frac{3}{2}Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{2}Z_1}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ & \\ & \end{array}\right.$$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{array}\right. \xrightarrow{\substack{Z_2 := Z_2 - \frac{3}{2} Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{2} Z_1}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ & \end{array}\right.$$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{array}\right. \quad \xrightarrow{\substack{Z_2 := Z_2 - \frac{3}{2} Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{2} Z_1}} \quad \left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ x_2 - 3x_3 + 2x_4 & = 0 \end{array}\right.$$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1\end{array}\right. \xrightarrow[]{\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1\\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ x_2-3x_3+2x_4 & =0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right.$$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4 \\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1 \end{array}\right. \xrightarrow[Z_3 := Z_3 - \frac{1}{2}Z_1]{Z_2 := Z_2 - \frac{3}{2}Z_1} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ x_2-3x_3+2x_4 & =0 \end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3 := Z_3 - Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ & \\ & \end{array}\right.$$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4 \\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1 \end{array}\right. \xrightarrow[]{\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1 \\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ x_2-3x_3+2x_4 & =0 \end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ & \end{array}\right.$$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1\end{array}\right. \quad \xrightarrow[]{\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1\\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}} \quad \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ x_2-3x_3+2x_4 & =0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \quad \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ -2x_3+2x_4 & =-1\end{array}\right.$$

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1\end{array}\right. \xrightarrow{\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1\\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ x_2-3x_3+2x_4 & =0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ -2x_3+2x_4 & =-1\end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten,

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 &= 4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 &= 1\end{array}\right. \xrightarrow{\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1\\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ x_2-3x_3+2x_4 &= 0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ -2x_3+2x_4 &= -1\end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ & \\ & \end{array}\right.$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1 \end{array}\right. \xrightarrow[Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1]{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ x_2-3x_3+2x_4 & =0 \end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ -2x_3+2x_4 & =-1 \end{array}\right.$$ Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \end{array}\right.$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 &= 4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 &= 1\end{array}\right. \xrightarrow[]{\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1\\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ x_2-3x_3+2x_4 &= 0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ -2x_3+2x_4 &= -1\end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ -2x_3+2x_4 &= -1\end{array}\right.$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1\end{array}\right. \xrightarrow[Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1]{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ x_2-3x_3+2x_4 & =0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ -2x_3+2x_4 & =-1\end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung

von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ -2x_3+2x_4 & =-1\end{array}\right.$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1\end{array}\right. \xrightarrow[\;]{\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1\\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ x_2-3x_3+2x_4 & =0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ -2x_3+2x_4 & =-1\end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ -2x_3+2x_4 & =-1\end{array}\right.$ auch eine Lösung von

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1\end{array}\right. ,$$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{array}\right. \xrightarrow{\substack{Z_2 := Z_2 - \frac{3}{2}Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{2}Z_1}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ x_2 - 3x_3 + 2x_4 & = 0 \end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3 := Z_3 - Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ -2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{array}\right.$$ Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ -2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{array}\right.$, und umgekehrt.

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{array}\right. \xrightarrow{\substack{Z_2 := Z_2 - \frac{3}{2}Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{2}Z_1}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ x_2 - 3x_3 + 2x_4 & = 0 \end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3 := Z_3 - Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ -2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{array}\right.$$ Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ -2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen:

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4 \\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1 \end{array}\right. \xrightarrow[]{\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1 \\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ x_2-3x_3+2x_4 & =0 \end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ -2x_3+2x_4 & =-1 \end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ -2x_3+2x_4 & =-1 \end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4 \\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1 \end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4 \\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1 \end{array}\right. \quad \xrightarrow[]{\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1 \\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}} \quad \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ x_2-3x_3+2x_4 & =0 \end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ -2x_3+2x_4 & =-1 \end{array}\right.$$ Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ -2x_3+2x_4 & =-1 \end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4 \\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1 \end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung:

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4 \\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1 \end{array}\right. \quad \begin{array}{c} Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1 \\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1 \\ \longrightarrow \end{array} \quad \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ x_2-3x_3+2x_4 & =0 \end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ -2x_3+2x_4 & =-1 \end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ -2x_3+2x_4 & =-1 \end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4 \\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1 \end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung: $x_3 = x_4 + \frac{1}{2}$

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 &= 4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 &= 1\end{array}\right. \quad \xrightarrow[\displaystyle Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1]{\displaystyle Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1} \quad \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ x_2-3x_3+2x_4 &= 0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ -2x_3+2x_4 &= -1\end{array}\right.$$ Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ -2x_3+2x_4 &= -1\end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 &= 4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 &= 1\end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung: $x_3 = x_4 + \frac{1}{2}$ $= r + \frac{1}{2}$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4 \\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1 \end{array}\right. \quad \xrightarrow[\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1 \\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}]{} \quad \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ x_2-3x_3+2x_4 & =0 \end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ -2x_3+2x_4 & =-1 \end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ x_2-x_3+0x_4 & =1 \\ -2x_3+2x_4 & =-1 \end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2 \\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4 \\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1 \end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung: $x_3 = x_4 + \frac{1}{2}$ $= r + \frac{1}{2}$

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{cases} \xrightarrow{\substack{Z_2 := Z_2 - \frac{3}{2}Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{2}Z_1}} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ x_2 - 3x_3 + 2x_4 & = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{Z_3 := Z_3 - Z_2} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ -2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{cases}$$ Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ -2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{cases}$ auch eine Lösung von $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{cases}$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung: $x_3 = x_4 + \frac{1}{2}$ $= r + \frac{1}{2}$

Aus der der 2−ten Gleichung:

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{l} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 = 2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 = 4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 = 1\end{array}\right. \xrightarrow{\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1\\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}} \left\{\begin{array}{l} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 = 2\\ x_2-x_3+0x_4 = 1\\ x_2-3x_3+2x_4 = 0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{l} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 = 2\\ x_2-x_3+0x_4 = 1\\ -2x_3+2x_4 = -1\end{array}\right.$$ Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{l} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 = 2\\ x_2-x_3+0x_4 = 1\\ -2x_3+2x_4 = -1\end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{l} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 = 2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 = 4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 = 1\end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung: $x_3 = x_4 + \frac{1}{2}$ $= r + \frac{1}{2}$

Aus der der 2−ten Gleichung:

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{array}\right. \quad \xrightarrow{\substack{Z_2 := Z_2 - \frac{3}{2}Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{2}Z_1}} \quad \left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ x_2 - 3x_3 + 2x_4 & = 0 \end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3 := Z_3 - Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ -2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ -2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung: $x_3 = x_4 + \frac{1}{2}$ $= r + \frac{1}{2}$

Aus der der 2−ten Gleichung:

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1\end{array}\right. \xrightarrow[]{\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1\\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ x_2-3x_3+2x_4 & =0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ -2x_3+2x_4 & =-1\end{array}\right.$$ Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ -2x_3+2x_4 & =-1\end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1\end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung: $x_3 = x_4 + \frac{1}{2}$ $= r + \frac{1}{2}$

Aus der der 2−ten Gleichung: $x_2 =$

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{array}\right. \xrightarrow[]{\begin{array}{l} Z_2 := Z_2 - \frac{3}{2}Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{2}Z_1 \end{array}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ x_2 - 3x_3 + 2x_4 & = 0 \end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3 := Z_3 - Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ - 2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ -2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung:	$x_3 = x_4 + \frac{1}{2}$		$= r + \frac{1}{2}$
Aus der der 2−ten Gleichung:	$x_2 = x_3 + 1$	$=$	

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{cases} \xrightarrow{\substack{Z_2 := Z_2 - \frac{3}{2} Z_1 \\ Z_3 := Z_3 - \frac{1}{2} Z_1}} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ x_2 - 3x_3 + 2x_4 & = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{Z_3 := Z_3 - Z_2} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ -2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{cases}$$ Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ -2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{cases}$ auch eine Lösung von $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{cases}$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

$$\begin{array}{lll} \text{Aus der der 3-ten Gleichung:} & x_3 = x_4 + \frac{1}{2} & = r + \frac{1}{2} \\ \text{Aus der der 2-ten Gleichung:} & x_2 = x_3 + 1 & = r + \frac{1}{2} + 1 = r + \frac{3}{2} \end{array}$$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{cases} \xrightarrow[Z_3 := Z_3 - \frac{1}{2} Z_1]{Z_2 := Z_2 - \frac{3}{2} Z_1} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ x_2 - 3x_3 + 2x_4 & = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{Z_3 := Z_3 - Z_2} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ -2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{cases}$$ Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 & = 1 \\ -2x_3 + 2x_4 & = -1 \end{cases}$ auch eine Lösung von $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 & = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 & = 1 \end{cases}$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung: $x_3 = x_4 + \frac{1}{2} \quad = r + \frac{1}{2}$

Aus der der 2−ten Gleichung: $x_2 = x_3 + 1 \quad = r + \frac{1}{2} + 1 = r + \frac{3}{2}$

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 &= 4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 &= 1\end{array}\right. \quad \xrightarrow[Z_3 := Z_3-\frac{1}{2}Z_1]{Z_2 := Z_2-\frac{3}{2}Z_1} \quad \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ x_2-3x_3+2x_4 &= 0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3 := Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ -2x_3+2x_4 &= -1\end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ -2x_3+2x_4 &= -1\end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 &= 4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 &= 1\end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung: $x_3 = x_4 + \frac{1}{2}$ $= r + \frac{1}{2}$

Aus der der 2−ten Gleichung: $x_2 = x_3 + 1$ $= r + \frac{1}{2} + 1 = r + \frac{3}{2}$

Aus der der 1−ten Gleichung:

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 &= 4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 &= 1\end{array}\right. \xrightarrow[]{\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1\\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ x_2-3x_3+2x_4 &= 0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ -2x_3+2x_4 &= -1\end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ -2x_3+2x_4 &= -1\end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 &= 4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 &= 1\end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung: $x_3 = x_4 + \frac{1}{2} \quad = r + \frac{1}{2}$

Aus der der 2−ten Gleichung: $x_2 = x_3 + 1 \quad = r + \frac{1}{2} + 1 = r + \frac{3}{2}$

Aus der der 1−ten Gleichung:

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 &= 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 &= 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 &= 1 \end{cases} \xrightarrow[Z_3 := Z_3 - \frac{1}{2} Z_1]{Z_2 := Z_2 - \frac{3}{2} Z_1} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 &= 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 &= 1 \\ x_2 - 3x_3 + 2x_4 &= 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{Z_3 := Z_3 - Z_2} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 &= 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 &= 1 \\ - 2x_3 + 2x_4 &= -1 \end{cases}$$ Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 &= 2 \\ x_2 - x_3 + 0x_4 &= 1 \\ -2x_3 + 2x_4 &= -1 \end{cases}$ auch eine Lösung von

$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 &= 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 9x_4 &= 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 &= 1 \end{cases}$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung: $x_3 = x_4 + \frac{1}{2}$ $= r + \frac{1}{2}$

Aus der der 2−ten Gleichung: $x_2 = x_3 + 1$ $= r + \frac{1}{2} + 1 = r + \frac{3}{2}$

Aus der der 1−ten Gleichung:

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1\end{array}\right. \quad \xrightarrow{\substack{Z_2:=Z_2-\frac{3}{2}Z_1\\ Z_3:=Z_3-\frac{1}{2}Z_1}} \quad \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ x_2-3x_3+2x_4 & =0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3:=Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ -2x_3+2x_4 & =-1\end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ x_2-x_3+0x_4 & =1\\ -2x_3+2x_4 & =-1\end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 & =2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 & =4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 & =1\end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der 3−ten Gleichung:	$x_3 = x_4 + \frac{1}{2}$	$= r + \frac{1}{2}$
Aus der der 2−ten Gleichung:	$x_2 = x_3 + 1$	$= r + \frac{1}{2} + 1 = r + \frac{3}{2}$
Aus der der 1−ten Gleichung:	$x_1 = -2x_2 - 2x_3 - 3x_4 + 1$	$=$

Gauß-Algorithmus

Beweis gibt uns auch einen Weg (Gauß-Algorithmus), lineare Gleichungssysteme auf der Stufenform zu bringen: **Bsp:**

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 &= 4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 &= 1\end{array}\right. \xrightarrow[Z_3 := Z_3-\frac{1}{2}Z_1]{Z_2 := Z_2-\frac{3}{2}Z_1} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ x_2-3x_3+2x_4 &= 0\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{Z_3 := Z_3-Z_2} \left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ -2x_3+2x_4 &= -1\end{array}\right.$$

Gleichungssystem in Stufenform!

Da die elementare Operationen die Lösungen erhalten, ist jede Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ x_2-x_3+0x_4 &= 1\\ -2x_3+2x_4 &= -1\end{array}\right.$ auch eine Lösung von $\left\{\begin{array}{rl} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4 &= 2\\ 3x_1+7x_2+5x_3+9x_4 &= 4\\ 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 &= 1\end{array}\right.$, und umgekehrt.

Es ist einfach, die Lösungen eines Systems, das in Stufendorm ist, zu bestimmen: im Bsp oben:

Aus der der $3-$ten Gleichung:	$x_3 = x_4 + \frac{1}{2}$	$= r + \frac{1}{2}$
Aus der der $2-$ten Gleichung:	$x_2 = x_3 + 1$	$= r + \frac{1}{2} + 1 = r + \frac{3}{2}$
Aus der der $1-$ten Gleichung:	$x_1 = -2x_2 - 2x_3 - 3x_4 + 1$	$= -7r - 3$

Also, jede Lösung $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_4)$

Also, jede Lösung $(\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_4)$ hat die Form

Also, jede Lösung $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_4)$ hat die Form
$(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$,

Also, jede Lösung $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_4)$ hat die Form
$(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$, wobei r eine reelle Zahl ist,

Also, jede Lösung $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_4)$ hat die Form $(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$, wobei r eine reelle Zahl ist, und umgekehrt:

Also, jede Lösung $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_4)$ hat die Form $(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$, wobei r eine reelle Zahl ist, und umgekehrt: jede $4-$Tupel der Form

Also, jede Lösung $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_4)$ hat die Form
$(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$, wobei r eine reelle Zahl ist, und
umgekehrt: jede $4-$Tupel der Form $(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$

Also, jede Lösung $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_4)$ hat die Form $(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$, wobei r eine reelle Zahl ist, und umgekehrt: jede 4−Tupel der Form $(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$ ist eine Lösung.

Also, jede Lösung $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_4)$ hat die Form $(-7r-3, r+\frac{3}{2}, r+\frac{1}{2}, r)$, wobei r eine reelle Zahl ist, und umgekehrt: jede $4-$Tupel der Form $(-7r-3, r+\frac{3}{2}, r+\frac{1}{2}, r)$ ist eine Lösung. Da nach Satz 1 und Folgerung 1 ist

Also, jede Lösung $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_4)$ hat die Form $(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$, wobei r eine reelle Zahl ist, und umgekehrt: jede 4−Tupel der Form $(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$ ist eine Lösung. Da nach Satz 1 und Folgerung 1 ist jede Lösung des ursprünglichen Systems ist eine Lösung

Also, jede Lösung $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_4)$ hat die Form $(-7r-3, r+\frac{3}{2}, r+\frac{1}{2}, r)$, wobei r eine reelle Zahl ist, und umgekehrt: jede 4−Tupel der Form $(-7r-3, r+\frac{3}{2}, r+\frac{1}{2}, r)$ ist eine Lösung. Da nach Satz 1 und Folgerung 1 ist jede Lösung des ursprünglichen Systems ist eine Lösung des System in Stufenform, und umgekehrt.

Also, jede Lösung $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_4)$ hat die Form $(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$, wobei r eine reelle Zahl ist, und umgekehrt: jede 4−Tupel der Form $(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$ ist eine Lösung. Da nach Satz 1 und Folgerung 1 ist jede Lösung des ursprünglichen Systems ist eine Lösung des System in Stufenform, und umgekehrt. Deswegen sind diese auch alle Lösungen des ursprünglichen Systems.

Also, jede Lösung $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_4)$ hat die Form $(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$, wobei r eine reelle Zahl ist, und umgekehrt: jede 4−Tupel der Form $(-7r - 3, r + \frac{3}{2}, r + \frac{1}{2}, r)$ ist eine Lösung. Da nach Satz 1 und Folgerung 1 ist jede Lösung des ursprünglichen Systems ist eine Lösung des System in Stufenform, und umgekehrt. Deswegen sind diese auch alle Lösungen des ursprünglichen Systems.

Exkurs 1 in der Mengenlehre: Gründbegriffe

Begriff „Menge“ wird nicht formal definiert.

Exkurs 1 in der Mengenlehre: Gründbegriffe

Begriff „Menge“ wird nicht formal definiert. Die intuitive Vorstellung: ein Sack, der gewisse Dinge enthält.

Exkurs 1 in der Mengenlehre: Gründbegriffe

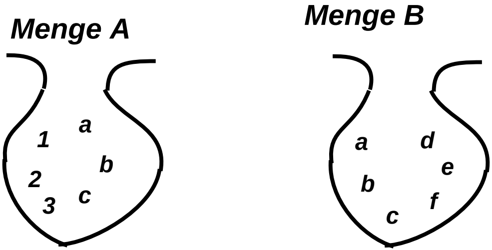
Begriff „Menge“ wird nicht formal definiert. Die intuitive Vorstellung: ein Sack, der gewisse Dinge enthält. Diese Dinge heißen Elemente.

Exkurs 1 in der Mengenlehre: Gründbegriffe

Begriff „Menge“ wird nicht formal definiert. Die intuitive Vorstellung: ein Sack, der gewisse Dinge enthält. Diese Dinge heißen Elemente. Deren Eigenschaft: die Elemente sind verschieden.

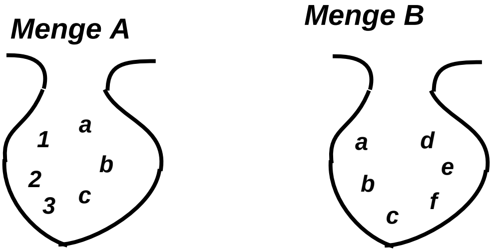
Exkurs 1 in der Mengenlehre: Gründbegriffe

Begriff „Menge“ wird nicht formal definiert. Die intuitive Vorstellung: ein Sack, der gewisse Dinge enthält. Diese Dinge heißen Elemente. Deren Eigenschaft: die Elemente sind verschieden.



Exkurs 1 in der Mengenlehre: Gründbegriffe

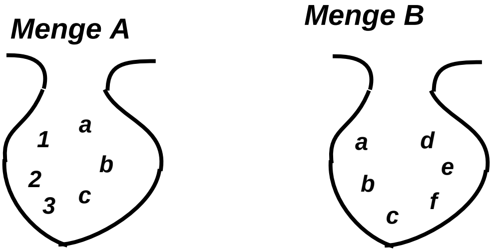
Begriff „Menge“ wird nicht formal definiert. Die intuitive Vorstellung: ein Sack, der gewisse Dinge enthält. Diese Dinge heißen Elemente. Deren Eigenschaft: die Elemente sind verschieden.



Bsp: Die Menge der Wochentage, an denen diese Vorlesung stattfindet ist $\{Montag, Donnerstag\}$.

Exkurs 1 in der Mengenlehre: Gründbegriffe

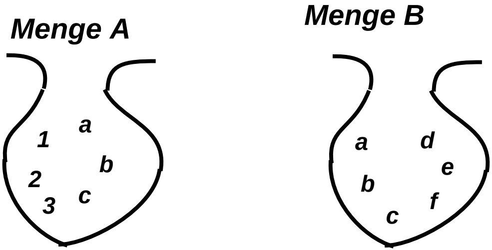
Begriff „Menge“ wird nicht formal definiert. Die intuitive Vorstellung: ein Sack, der gewisse Dinge enthält. Diese Dinge heißen Elemente. Deren Eigenschaft: die Elemente sind verschieden.



Bsp: Die Menge der Wochentage, an denen diese Vorlesung stattfindet ist $\{Montag, Donnerstag\}$.
Bsp: Die Menge der natürlichen Zahlen ist $\{1, 2, 3, 4, ...\}$

Exkurs 1 in der Mengenlehre: Gründbegriffe

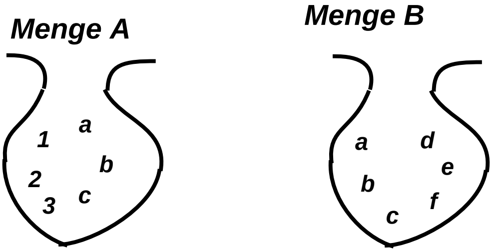
Begriff „Menge“ wird nicht formal definiert. Die intuitive Vorstellung: ein Sack, der gewisse Dinge enthält. Diese Dinge heißen Elemente. Deren Eigenschaft: die Elemente sind verschieden.



Bsp: Die Menge der Wochentage, an denen diese Vorlesung stattfindet ist $\{Montag, Donnerstag\}$.
Bsp: Die Menge der natürlichen Zahlen ist $\{1, 2, 3, 4, ...\}$ und wird $\mathbb{N}$ bezeichnet.

Exkurs 1 in der Mengenlehre: Gründbegriffe

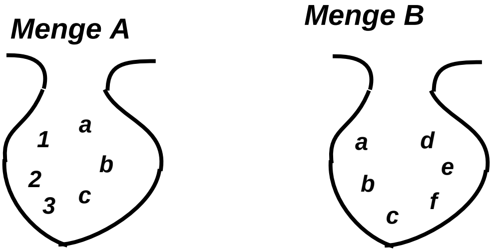
Begriff „Menge“ wird nicht formal definiert. Die intuitive Vorstellung: ein Sack, der gewisse Dinge enthält. Diese Dinge heißen Elemente. Deren Eigenschaft: die Elemente sind verschieden.



Bsp: Die Menge der Wochentage, an denen diese Vorlesung stattfindet ist $\{Montag, Donnerstag\}$.
Bsp: Die Menge der natürlichen Zahlen ist $\{1, 2, 3, 4, ...\}$ und wird $\mathbb{N}$ bezeichnet. Die Menge der ganzen Zahlen wird $\mathbb{Z}$ bezeichnet.

Exkurs 1 in der Mengenlehre: Gründbegriffe

Begriff „Menge“ wird nicht formal definiert. Die intuitive Vorstellung: ein Sack, der gewisse Dinge enthält. Diese Dinge heißen Elemente. Deren Eigenschaft: die Elemente sind verschieden.



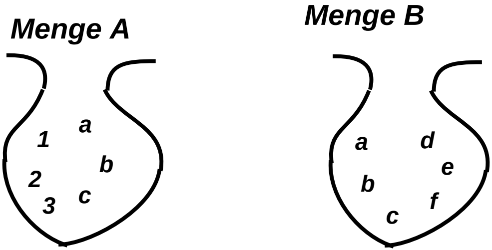
Bsp: Die Menge der Wochentage, an denen diese Vorlesung stattfindet ist $\{Montag, Donnerstag\}$.

Bsp: Die Menge der natürlichen Zahlen ist $\{1, 2, 3, 4, ...\}$ und wird $\mathbb{N}$ bezeichnet. Die Menge der ganzen Zahlen wird $\mathbb{Z}$ bezeichnet.

Reihenfolge spielt keine Rolle:

Exkurs 1 in der Mengenlehre: Gründbegriffe

Begriff „Menge“ wird nicht formal definiert. Die intuitive Vorstellung: ein Sack, der gewisse Dinge enthält. Diese Dinge heißen Elemente. Deren Eigenschaft: die Elemente sind verschieden.



Bsp: Die Menge der Wochentage, an denen diese Vorlesung stattfindet ist $\{Montag, Donnerstag\}$.
Bsp: Die Menge der natürlichen Zahlen ist $\{1, 2, 3, 4, ...\}$ und wird $\mathbb{N}$ bezeichnet. Die Menge der ganzen Zahlen wird $\mathbb{Z}$ bezeichnet.

Reihenfolge spielt keine Rolle:

$\{Montag, Donnerstag\} = \{Donnerstag, Montag\}$.

Bsp: Die Menge von reellen Zahlen wird mit $\mathbb{R}$ bezeichnet.

Bsp: Die Menge von reellen Zahlen wird mit $\mathbb{R}$ bezeichnet.
Bsp: Die Menge, die keine Elemente erhaltet, heißt leere Menge und wird $\varnothing$ bezeichnet.

Bsp: Die Menge von reellen Zahlen wird mit $\mathbb{R}$ bezeichnet.
Bsp: Die Menge, die keine Elemente erhaltet, heißt leere Menge und wird $\varnothing$ bezeichnet.
Sei A eine Menge. Liegt Element a in A, so schreiben wir $a \in A$ bzw $A \ni a$.

Bsp: Die Menge von reellen Zahlen wird mit $\mathbb{R}$ bezeichnet.
Bsp: Die Menge, die keine Elemente erhaltet, heißt leere Menge und wird $\varnothing$ bezeichnet.
Sei A eine Menge. Liegt Element a in A, so schreiben wir $a \in A$ bzw $A \ni a$.
Bsp: $1 \in \mathbb{N}$, $1/2 \notin \mathbb{N}$, $1/2 \in \mathbb{R}$.

Bsp: Die Menge von reellen Zahlen wird mit $\mathbb{R}$ bezeichnet.
Bsp: Die Menge, die keine Elemente erhaltet, heißt leere Menge und wird $\varnothing$ bezeichnet.
Sei A eine Menge. Liegt Element a in A, so schreiben wir $a \in A$ bzw $A \ni a$.
Bsp: $1 \in \mathbb{N}$, $1/2 \notin \mathbb{N}$, $1/2 \in \mathbb{R}$.
Seien A, B Mengen. Falls jedes Element von A in B liegt, sagen wir dass A eine Teilmenge (oder Untermenge) von B ist, und schreiben $A \subseteq B$ oder $B \supseteq A$. Ist gleichzeitig $A \subseteq B$ und $B \subseteq A$,

Bsp: Die Menge von reellen Zahlen wird mit $\mathbb{R}$ bezeichnet.
Bsp: Die Menge, die keine Elemente erhaltet, heißt leere Menge und wird $\varnothing$ bezeichnet.
Sei A eine Menge. Liegt Element a in A, so schreiben wir $a \in A$ bzw $A \ni a$.
Bsp: $1 \in \mathbb{N}$, $1/2 \notin \mathbb{N}$, $1/2 \in \mathbb{R}$.
Seien A, B Mengen. Falls jedes Element von A in B liegt, sagen wir dass A eine Teilmenge (oder Untermenge) von B ist, und schreiben $A \subseteq B$ oder $B \supseteq A$. Ist gleichzeitig $A \subseteq B$ und $B \subseteq A$, so sind die Mengen gleich:

Bsp: Die Menge von reellen Zahlen wird mit $\mathbb{R}$ bezeichnet.
Bsp: Die Menge, die keine Elemente erhaltet, heißt leere Menge und wird $\varnothing$ bezeichnet.
Sei A eine Menge. Liegt Element a in A, so schreiben wir $a \in A$ bzw $A \ni a$.
Bsp: $1 \in \mathbb{N}$, $1/2 \notin \mathbb{N}$, $1/2 \in \mathbb{R}$.
Seien A, B Mengen. Falls jedes Element von A in B liegt, sagen wir dass A eine Teilmenge (oder Untermenge) von B ist, und schreiben $A \subseteq B$ oder $B \supseteq A$. Ist gleichzeitig $A \subseteq B$ und $B \subseteq A$, so sind die Mengen gleich: $A = B$.

Bsp: Die Menge von reellen Zahlen wird mit $\mathbb{R}$ bezeichnet.
Bsp: Die Menge, die keine Elemente erhaltet, heißt leere Menge und wird $\varnothing$ bezeichnet.
Sei A eine Menge. Liegt Element a in A, so schreiben wir $a \in A$ bzw $A \ni a$.
Bsp: $1 \in \mathbb{N}$, $1/2 \notin \mathbb{N}$, $1/2 \in \mathbb{R}$.
Seien A, B Mengen. Falls jedes Element von A in B liegt, sagen wir dass A eine Teilmenge (oder Untermenge) von B ist, und schreiben $A \subseteq B$ oder $B \supseteq A$. Ist gleichzeitig $A \subseteq B$ und $B \subseteq A$, so sind die Mengen gleich: $A = B$.
Bsp: $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$, $\{1\} \subseteq \mathbb{N}$, für jede Menge A gilt $A \supseteq \varnothing$.

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole
$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B".

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B".

Bsp: $x \in \mathbb{R}$

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \quad \Longrightarrow$

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B".

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen:

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B".

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B" oder „A ist hinreichend für B"

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0.$

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0.$

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0.$

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B".

Bsp: $x \in \mathbb{R} \Longrightarrow x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B" oder „A ist hinreichend für B" „B ist notwendig für A"

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent" oder "A gilt genau dann, wenn B gilt".

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ..."

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B".

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B" oder „A ist hinreichend für B" „B ist notwendig für A"

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent" oder "A gilt genau dann, wenn B gilt".

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ..."

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$,

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B".

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0.$

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B" oder „A ist hinreichend für B" „B ist notwendig für A"

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent" oder "A gilt genau dann, wenn B gilt".

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ..."

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt"

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \Longrightarrow x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ...“

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ...“

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0.$

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ...“

Bsp:

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ...“

Bsp: $\forall x \in \mathbb{R}$

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ...“

Bsp: $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 \geq 0$

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0.$

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ...“

Bsp: $\forall x \in \mathbb{R}$ $x^2 \geq 0$ steht für

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ...“

Bsp: $\forall x \in \mathbb{R}$ $x^2 \geq 0$ steht für “Für alle reellen Zahlen x

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \;\Longrightarrow\; x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ...“

Bsp: $\forall x \in \mathbb{R}$ $x^2 \geq 0$ steht für “Für alle reellen Zahlen x gilt: $x^2 \geq 0$“.

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ...“

Bsp: $\forall x \in \mathbb{R}$ $x^2 \geq 0$ steht für “Für alle reellen Zahlen x gilt: $x^2 \geq 0$“.

„oder“

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ...“

Bsp: $\forall x \in \mathbb{R}$ $x^2 \geq 0$ steht für “Für alle reellen Zahlen x gilt: $x^2 \geq 0$“.

„oder“ ist nicht ausschließend

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B".

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B" oder „A ist hinreichend für B" „B ist notwendig für A"

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent" oder "A gilt genau dann, wenn B gilt".

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ..."

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt" (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ..."

Bsp: $\forall x \in \mathbb{R}$ $x^2 \geq 0$ steht für "Für alle reellen Zahlen x gilt: $x^2 \geq 0$".

„oder" ist nicht ausschließend (im Gegensatz zu „entweder ... oder").

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ...“

Bsp: $\forall x \in \mathbb{R}$ $x^2 \geq 0$ steht für “Für alle reellen Zahlen x gilt: $x^2 \geq 0$“.

„oder“ ist nicht ausschließend (im Gegensatz zu „entweder ... oder“).

Bsp:

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B".

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B" oder „A ist hinreichend für B" „B ist notwendig für A"

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent" oder "A gilt genau dann, wenn B gilt".

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ..."

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt" (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ..."

Bsp: $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 \geq 0$ steht für "Für alle reellen Zahlen x gilt: $x^2 \geq 0$".

„oder" ist nicht ausschließend (im Gegensatz zu „entweder ... oder").

Bsp: Die Aussage

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B".

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B" oder „A ist hinreichend für B" „B ist notwendig für A"

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent" oder "A gilt genau dann, wenn B gilt".

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ..."

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt" (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ..."

Bsp: $\forall x \in \mathbb{R}$ $x^2 \geq 0$ steht für "Für alle reellen Zahlen x gilt: $x^2 \geq 0$".

„oder" ist nicht ausschließend (im Gegensatz zu „entweder ... oder").

Bsp: Die Aussage „Es gilt $1 + 1 = 2$

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B".

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B" oder „A ist hinreichend für B" „B ist notwendig für A"

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent" oder "A gilt genau dann, wenn B gilt".

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ..."

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt" (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ..."

Bsp: $\forall x \in \mathbb{R}$ $x^2 \geq 0$ steht für "Für alle reellen Zahlen x gilt: $x^2 \geq 0$".

„oder" ist nicht ausschließend (im Gegensatz zu „entweder ... oder").

Bsp: Die Aussage „Es gilt $1 + 1 = 2$ oder es gilt $1 - 1 = 0$

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole
$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B“.
Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.
Andere sprachliche Formen: „A impliziert B“ oder „A ist hinreichend für B“ „B ist notwendig für A“
$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.
Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent“ oder “A gilt genau dann, wenn B gilt“.
$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ...“
Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt“ (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).
$\forall$ steht für „Für alle ...“
Bsp: $\forall x \in \mathbb{R}$ $x^2 \geq 0$ steht für “Für alle reellen Zahlen x gilt: $x^2 \geq 0$“.

„oder“ ist nicht ausschließend (im Gegensatz zu „entweder ... oder“).
Bsp: Die Aussage „Es gilt $1 + 1 = 2$ oder es gilt $1 - 1 = 0$ oder es gilt $1 + 1 = 0$ “

Zur Sprache der Mathematik: Abkürzende logische Symbole

Übliche Sprache + Fachausdrücke + mathematische Symbole

$A \Longrightarrow B$ bedeutet „aus Aussage A folgt Aussage B".

Bsp: $x \in \mathbb{R} \implies x^2 \geq 0$.

Andere sprachliche Formen: „A impliziert B" oder „A ist hinreichend für B" „B ist notwendig für A"

$A \Longleftrightarrow B$ bedeutet $A \Longrightarrow B$ und $B \Longrightarrow A$.

Andere sprachliche Formen: „A und B sind äquivalent" oder "A gilt genau dann, wenn B gilt".

$\exists$ steht für „Es existiert (mindestens) ein ..."

Bsp: „$\exists x \in \mathbb{R}$: $x^2 = 2$ steht für „Es existiert ein $x \in \mathbb{R}$, so daß $x^2 = 2$ gilt" (nämlich $x = \sqrt{2}$ oder $x = -\sqrt{2}$).

$\forall$ steht für „Für alle ..."

Bsp: $\forall x \in \mathbb{R}$ $x^2 \geq 0$ steht für "Für alle reellen Zahlen x gilt: $x^2 \geq 0$".

„oder" ist nicht ausschließend (im Gegensatz zu „entweder ... oder").

Bsp: Die Aussage „Es gilt $1 + 1 = 2$ oder es gilt $1 - 1 = 0$ oder es gilt $1 + 1 = 0$ " ist wahr.

Satz 1/Folgerung 1 auf der neuen Sprache

Satz 1/Folgerung 1 auf der neuen Sprache

Def. 1 Lösungsmenge eines System (S1)

Satz 1/Folgerung 1 auf der neuen Sprache

Def. 1 Lösungsmenge eines System (S1) ist die Menge aller Lösungen.

Vergleichen Sie:

Satz 1/Folgerung 1 auf der neuen Sprache

Def. 1 Lösungsmenge eines System (S1) ist die Menge aller Lösungen.

Vergleichen Sie:

Satz 1 *Ist* $(\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_n)$ *eine Lösung des Systems* (S)*, so ist* $(\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_n)$ *eine Lösung des Systems* $(S1)$*,* $(S2)$ *und* $(S3)$*.*

Folgerung 1 *Ist* $(\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_n)$ *eine Lösung einer des Systems* $(S1)$*,* $(S2)$ *oder* $(S3)$*, so ist* $(\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_n)$ *auch eine Lösung des Systems* (S) *(und, deswegen, nach Satz 1, auch des Systems (S1), (S2), und (S3)).*

Def. 1 Lösungsmenge eines System (S1) ist die Menge aller Lösungen.

Vergleichen Sie:

Satz 1 *Ist* $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_n)$ *eine Lösung des Systems* (S), *so ist* $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_n)$ *eine Lösung des Systems* $(S1)$, $(S2)$ *und* $(S3)$.

Folgerung 1 *Ist* $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_n)$ *eine Lösung einer des Systems* $(S1)$, $(S2)$ *oder* $(S3)$, *so ist* $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_n)$ *auch eine Lösung des Systems* (S) *(und, deswegen, nach Satz 1, auch des Systems (S1), (S2), und (S3)).*

UND

Satz 1'

Satz 1/Folgerung 1 auf der neuen Sprache

Def. 1 Lösungsmenge eines System (S1) ist die Menge aller Lösungen.

Vergleichen Sie:

Satz 1 *Ist* $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_n)$ *eine Lösung des Systems* (S), *so ist* $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_n)$ *eine Lösung des Systems* $(S1)$, $(S2)$ *und* $(S3)$.

Folgerung 1 *Ist* $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_n)$ *eine Lösung einer des Systems* $(S1)$, $(S2)$ *oder* $(S3)$, *so ist* $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_n)$ *auch eine Lösung des Systems* (S) *(und, deswegen, nach Satz 1, auch des Systems (S1), (S2), und (S3)).*

UND

Satz 1' *Die Lösungemengen der Systeme (S), (S1), (S2), (S3) sind gleich.*

Bsp:

Bsp: Seien A, B zwei Mengen.

Bsp: Seien A, B zwei Mengen. Das Produkt von Mengen A, B (bezeichnet $A \times B$) ist die Mengen aller geordneten Paare (a, b),

Bsp: Seien A, B zwei Mengen. Das Produkt von Mengen A, B (bezeichnet $A \times B$) ist die Mengen aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$, $b \in B$ ist.

Bsp: Seien A, B zwei Mengen. Das Produkt von Mengen A, B (bezeichnet $A \times B$) ist die Mengen aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$, $b \in B$ ist. z.B. Ist $A = \{1, 2\}$, $B = \{+, -\}$

Bsp: Seien A, B zwei Mengen. Das Produkt von Mengen A, B (bezeichnet $A \times B$) ist die Mengen aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$, $b \in B$ ist. z.B. Ist $A = \{1, 2\}$, $B = \{+, -\}$ so ist $A \times B = \big\{(1, +), (1, -), (2, +), (2, -)\big\}$.
Bemerkung: Man kann Produkt iterieren:

Bsp: Seien A, B zwei Mengen. Das Produkt von Mengen A, B (bezeichnet $A \times B$) ist die Mengen aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$, $b \in B$ ist. z.B. Ist $A = \{1, 2\}$, $B = \{+, -\}$ so ist $A \times B = \big\{(1, +), (1, -), (2, +), (2, -)\big\}$.
Bemerkung: Man kann Produkt iterieren: $A \times B \times C$

Bsp: Seien A, B zwei Mengen. Das Produkt von Mengen A, B (bezeichnet $A \times B$) ist die Mengen aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$, $b \in B$ ist. z.B. Ist $A = \{1, 2\}$, $B = \{+, -\}$ so ist $A \times B = \{(1, +), (1, -), (2, +), (2, -)\}$.

Bemerkung: Man kann Produkt iterieren: $A \times B \times C$ ist die Menge aller geordneten Tripel (a, b, c),

Bsp: Seien A, B zwei Mengen. Das Produkt von Mengen A, B (bezeichnet $A \times B$) ist die Mengen aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$, $b \in B$ ist. z.B. Ist $A = \{1, 2\}$, $B = \{+, -\}$ so ist $A \times B = \big\{(1, +), (1, -), (2, +), (2, -)\big\}$.

Bemerkung: Man kann Produkt iterieren: $A \times B \times C$ ist die Menge aller geordneten Tripel (a, b, c), wobei $a \in A$, $b \in B$, $c \in C$ ist, usw.

Bsp: Seien A, B zwei Mengen. Das Produkt von Mengen A, B (bezeichnet $A \times B$) ist die Mengen aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$, $b \in B$ ist. z.B. Ist $A = \{1, 2\}$, $B = \{+, -\}$ so ist $A \times B = \big\{(1, +), (1, -), (2, +), (2, -)\big\}$.
Bemerkung: Man kann Produkt iterieren: $A \times B \times C$ ist die Menge aller geordneten Tripel (a, b, c), wobei $a \in A$, $b \in B$, $c \in C$ ist, usw.
Frage: Was ist $\varnothing \times A$?

Bsp: Seien A, B zwei Mengen. Das Produkt von Mengen A, B (bezeichnet $A \times B$) ist die Mengen aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$, $b \in B$ ist. z.B. Ist $A = \{1, 2\}$, $B = \{+, -\}$ so ist $A \times B = \big\{(1, +), (1, -), (2, +), (2, -)\big\}$.

Bemerkung: Man kann Produkt iterieren: $A \times B \times C$ ist die Menge aller geordneten Tripel (a, b, c), wobei $a \in A$, $b \in B$, $c \in C$ ist, usw.

Frage: Was ist $\varnothing \times A$?

Antwort: $\varnothing \times A = \varnothing$.

Bsp: Seien A, B zwei Mengen. Das Produkt von Mengen A, B (bezeichnet $A \times B$) ist die Mengen aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$, $b \in B$ ist. z.B. Ist $A = \{1, 2\}$, $B = \{+, -\}$ so ist $A \times B = \big\{(1, +), (1, -), (2, +), (2, -)\big\}$.

Bemerkung: Man kann Produkt iterieren: $A \times B \times C$ ist die Menge aller geordneten Tripel (a, b, c), wobei $a \in A$, $b \in B$, $c \in C$ ist, usw.

Frage: Was ist $\varnothing \times A$?

Antwort: $\varnothing \times A = \varnothing$.

Bsp: Sei A Die Menge aller Teilmengen von A wird 2^A bezeichnet

Bsp: Seien A, B zwei Mengen. Das Produkt von Mengen A, B (bezeichnet $A \times B$) ist die Mengen aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$, $b \in B$ ist. z.B. Ist $A = \{1, 2\}$, $B = \{+, -\}$ so ist $A \times B = \big\{(1, +), (1, -), (2, +), (2, -)\big\}$.

Bemerkung: Man kann Produkt iterieren: $A \times B \times C$ ist die Menge aller geordneten Tripel (a, b, c), wobei $a \in A$, $b \in B$, $c \in C$ ist, usw.

Frage: Was ist $\varnothing \times A$?

Antwort: $\varnothing \times A = \varnothing$.

Bsp: Sei A Die Menge aller Teilmengen von A wird 2^A bezeichnet

Bsp: Sei $A = \{1, 2\}$. Dann ist $2^A = \big\{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\big\}$.

Bsp: Seien A, B zwei Mengen. Das Produkt von Mengen A, B (bezeichnet $A \times B$) ist die Mengen aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$, $b \in B$ ist. z.B. Ist $A = \{1, 2\}$, $B = \{+, -\}$ so ist $A \times B = \{(1, +), (1, -), (2, +), (2, -)\}$.

Bemerkung: Man kann Produkt iterieren: $A \times B \times C$ ist die Menge aller geordneten Tripel (a, b, c), wobei $a \in A$, $b \in B$, $c \in C$ ist, usw.

Frage: Was ist $\varnothing \times A$?

Antwort: $\varnothing \times A = \varnothing$.

Bsp: Sei A Die Menge aller Teilmengen von A wird 2^A bezeichnet

Bsp: Sei $A = \{1, 2\}$. Dann ist $2^A = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$.

Sei $A = \{1, 2, 3\}$. Dann ist

$2^A = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 1\}, \{1, 2, 3\}\}$.

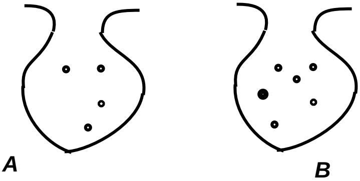
Abbildungen

Bezeichnung:
$F : A \to B$.

,

Abbildungen

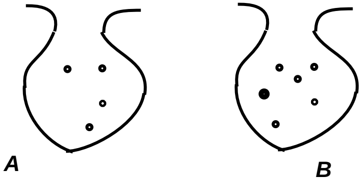
Sei A, B zwei Mengen.



Bezeichnung:
$F : A \longrightarrow B$**.**

,

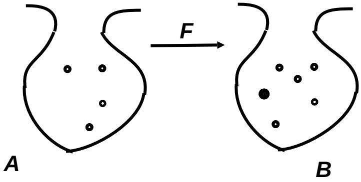
Sei A, B zwei Mengen.
Intuitive Vorstellung: Eine Abbildung von A nach B ist eine Regel, die jedem Element der Menge A genau ein Element der Menge B zuweist.



Bezeichnung:
$F : A \longrightarrow B$.

,

Sei A, B zwei Mengen.
Intuitive Vorstellung: Eine Abbildung von A nach B ist eine Regel, die jedem Element der Menge A genau ein Element der Menge B zuweist.

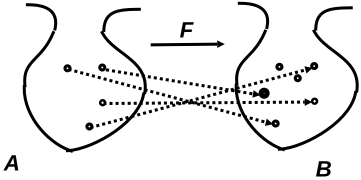


Bezeichnung:
$F : A \longrightarrow B$.

,

Abbildungen

Sei A, B zwei Mengen.
Intuitive Vorstellung: Eine Abbildung von A nach B ist eine Regel, die jedem Element der Menge A genau ein Element der Menge B zuweist.

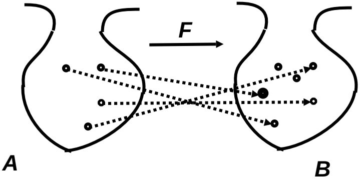


Bezeichnung:
$F : A \longrightarrow B$.

,

Abbildungen

Sei A, B zwei Mengen.
Intuitive Vorstellung: Eine Abbildung von A nach B ist eine Regel, die jedem Element der Menge A genau ein Element der Menge B zuweist.

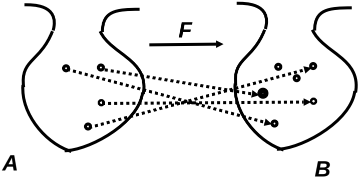


Bezeichnung:
$F : A \longrightarrow B$.

Bsp: Ein Polynom (z.B. $P(x) = x^2 + 3x + 13$) ist eine Abbildung von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$:

,

Sei A, B zwei Mengen.
Intuitive Vorstellung: Eine Abbildung von A nach B ist eine Regel, die jedem Element der Menge A genau ein Element der Menge B zuweist.



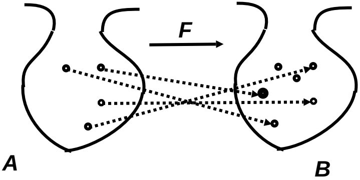
Bezeichnung:
$F : A \to B$.

Bsp: Ein Polynom (z.B. $P(x) = x^2 + 3x + 13$) ist eine Abbildung von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$: $P : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

,

Abbildungen

Sei A, B zwei Mengen.
Intuitive Vorstellung: Eine Abbildung von A nach B ist eine Regel, die jedem Element der Menge A genau ein Element der Menge B zuweist.



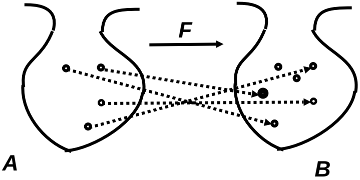
Bezeichnung:
$F : A \longrightarrow B$.

$C : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) = C$ ist eine Abbildung,

,

Abbildungen

Sei A, B zwei Mengen.
Intuitive Vorstellung: Eine Abbildung von A nach B ist eine Regel, die jedem Element der Menge A genau ein Element der Menge B zuweist.

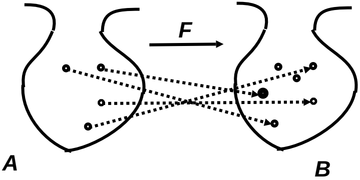


Bezeichnung:
$F : A \to B$.

$F : [-1,1] \to [-1,1]$, $F(x) := x+1$ ist keine Abbildung, weil $F(1)$ nicht auf $[1,-1]$ liegt.

,

Sei A, B zwei Mengen.
Intuitive Vorstellung: Eine Abbildung von A nach B ist eine Regel, die jedem Element der Menge A genau ein Element der Menge B zuweist.



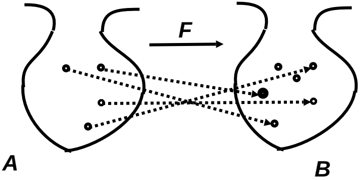
Bezeichnung:
$F : A \longrightarrow B$.

Mathematisch sauberere Definition:

,

Abbildungen

Sei A, B zwei Mengen.
Intuitive Vorstellung: Eine Abbildung von A nach B ist eine Regel, die jedem Element der Menge A genau ein Element der Menge B zuweist.

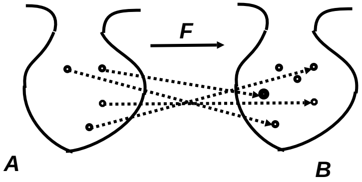


Bezeichnung:
$F : A \longrightarrow B$.

Mathematisch sauberere Definition: Eine Abbildung ist einer Teilmenge $R \subseteq A \times B$,

Abbildungen

Sei A, B zwei Mengen.
Intuitive Vorstellung: Eine Abbildung von A nach B ist eine Regel, die jedem Element der Menge A genau ein Element der Menge B zuweist.

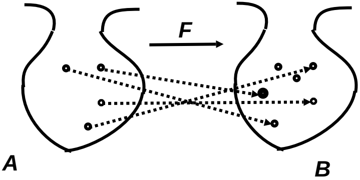


Bezeichnung:
$F : A \longrightarrow B$.

Mathematisch sauberere Definition: Eine Abbildung ist einer Teilmenge $R \subseteq A \times B$, so dass zu jedem Element a von A

Abbildungen

Sei A, B zwei Mengen.
Intuitive Vorstellung: Eine Abbildung von A nach B ist eine Regel, die jedem Element der Menge A genau ein Element der Menge B zuweist.

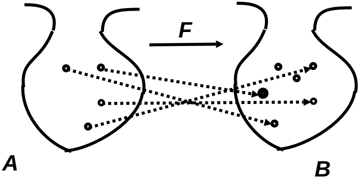


Bezeichnung:
$F : A \longrightarrow B$.

Mathematisch sauberere Definition: Eine Abbildung ist einer Teilmenge $R \subseteq A \times B$, so dass zu jedem Element a von A gibt es genau ein Element b von B (geschrieben $F(a)$),

Abbildungen

Sei A, B zwei Mengen.
Intuitive Vorstellung: Eine Abbildung von A nach B ist eine Regel, die jedem Element der Menge A genau ein Element der Menge B zuweist.



Bezeichnung:
$F : A \longrightarrow B$.

Mathematisch sauberere Definition: Eine Abbildung ist einer Teilmenge $R \subseteq A \times B$, so dass zu jedem Element a von A gibt es genau ein Element b von B (geschrieben $F(a)$), so dass das Paar (a, b) Element von R ist.